

# ЛЕКЦИЯ 6 Прохождение света через оптическую систему

## 6.1. Освещенность изображения

Для оценки прохождения светового потока через ОС можно пользоваться соотношениями, которые получены для случая, когда предметом служит небольшой элемент плоскости, перпендикулярный к оптической оси ОС и излучающий по закону Ламберта. При этом освещенность изображения на оптической оси  $E'_0$  равна

$$E'_0 = \frac{\pi\tau L}{\beta_0^2 n^2}, \quad (1)$$

где  $\tau$  - коэффициент пропускания ОС,  $L$  - яркость предмета (одинаковая по всей его поверхности). В этом же случае освещенность изображения в точке вне оси определяется соотношением

$$E' = k_A E'_0 \cos^4 \varphi', \quad (2)$$

где  $k_A$  - коэффициент виньетирования,  $\varphi'$  - полевой угол в пространстве изображений.

Степень влияния конструкции ОС на освещенность изображения определяет физическая светосила  $F_\phi = F\sqrt{\tau}$  где  $F$  - геометрическая светосила ОС. Например, ОС, расположенная в воздухе ( $n = n' = 1$ ), даёт освещенность изображения точки предмета, находящейся на оптической оси и имеющую яркость  $L$ , равную

$$E'_0 = F_\phi \frac{\pi L \beta_{0p}^2}{4(\beta_{0p} - \beta_0)^2}, \quad (3)$$

где  $\beta_0$  - линейное увеличение ОС,  $\beta_{0p} = \frac{p'}{p} \cdot \frac{1}{\beta_0}$  - линейное увеличение в зрачках ( $p$  и  $p'$  - расстояние от предмета и изображения до соответственно входного и выходного зрачка ОС).

## 6.2. Разрешающая способность оптической системы

Важной характеристикой качества изображения в оптических системах является разрешающая способность, т. е. мера способности системы изображать отдельно две соседние точки предмета.

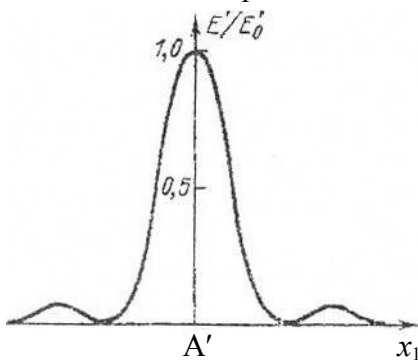


Рис. 6.1

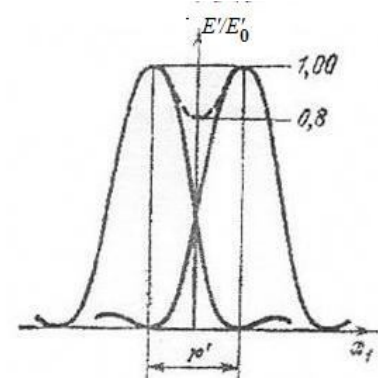


Рис. 6.2

По законам геометрической оптики каждая точка предмета должна изображаться идеальной ОС в виде резкой точки. Однако, волновая природа света, следствием которой является явление дифракции, приводит к тому, что даже безаберрационная (стигматическая) ОС даёт изображение в виде точки кружка (т. н. кружка Эйри) хотя и малых, но конечных размеров, окружённого значительно менее яркими концентрическими кольцами. Вся эта дифракционная картина носит название дифракционного пятна. Распределение освещенности в пятне показано на рис. 6.1 Здесь использованы следующие обозначения  $x_1 = (2\pi / \lambda)n'r' \sin \sigma$ , где  $\sigma$  - угол между направлением на точку и направлением параллельным оптической оси,  $E'$  - освещенность в центре кружка Эйри,  $r'$  - радиус точки в пространстве изображений.

Как видно из этого рисунка для различения двух точек в такой дифракционной картине нужно, чтобы разность между максимальной  $E'_{\max}$  (в центре кружка Эйри) и минимальной  $E'_{\min}$  (между двумя кружками) освещенностью достигала определенной величины. Эта величина, вообще говоря, зависит от вида фотоприёмника (например, для глаза она больше чем для фотопленки). Однако, на практике

для её определения наиболее часто пользуются *критерием Рэля*. Согласно указанному критерию (рис. 6.2) считается, что две точки изображения разрешены, если

$$\frac{E'_{\min}}{E'_{\max}} \leq 0,8 \quad (4)$$

Если не равенство (4) не выполняется, то точки сливаются в одну, т.е они не разрешены.

Как следует из теории дифракции для наиболее распространённого случая ОС с круглой апертурой равенство в соотношении (4) достигается, когда расстояние между центрами кружков Эйри соответствует  $x_1^0 = 3,8317$ .

Переходя к пространству предметов, можно показать, что при  $x_1 \geq x_1^0$  угол  $\psi$ , под которым видны точки предмета соответствующие указанным кружкам (рис. 6.3), будет определяться неравенством

$$\psi \geq \frac{\lambda}{\pi D} \cdot x_1^0 \left( \approx 1,21 \frac{\lambda}{D} \right) \quad (5)$$

где  $\lambda$  - длина световой волны  $D$  – диаметр входной апертуры оптической системы.

Используя линейную меру из неравенства (5) можно получить следующее неравенство:

$$r \geq \frac{\lambda x_1^0}{2\pi\sigma_1} \quad (6)$$

где  $r$  – расстояние между двумя разрешаемыми точками, предмета,  $\sigma_1$  - апертурный угол соответствующий этим точкам.

Разрешающая способность для объективов телескопических систем обычно выражается значением угла  $\psi$ , для фотообъективов –  $1/\tau$ , а для объективов микроскопов – значением  $\tau$ .

Если фотоприёмником в ОИС служит не человеческий глаз, а другое устройство (фотоплёнка, ФЭУ и т.д.), то условились, сохранив вид формул (5) и (6), считать в них предел разрешения  $x_1^0 = 3.0$ . В этом случае получим *абсолютный критерий разрешения*, который выражается неравенствами

$$\psi \geq 0,95 \frac{\lambda}{D}, \quad r \geq 0,48 \frac{\lambda}{\sigma_1}. \quad (7)$$

### 6.3. Передаточная функция оптической системы

Для оптических систем, обладающих значительными абберациями (например, фотографических) разрешающая способность в недостаточной мере характеризует качество изображения. Поэтому для них был разработан ещё один критерий качества, основанный на понятии *оптической передаточной функции* (ОПФ). Ранее эта функция называлась частотно-контрастной характеристикой ОС (ЧКХ).

В основе указанного критерия лежит сравнение распределения освещённости в изображении с распределением яркости в предмете. Обозначим контраст предмета через  $K$ :

$$K = (L_{\max} - L_{\min}) / (L_{\max} + L_{\min})$$

и контраст изображения через  $K'$ :

$$K' = (E_{\max} - E_{\min}) / (E_{\max} + E_{\min}).$$

Величины  $K$  и  $K'$  есть, очевидно, функции координат  $r$ . Разложим их по какой-либо выбранной системе базисных функций  $f(\omega, r)$ , которые имеют смысл некоторых элементов поверхности предмета и изображения (здесь  $\omega$  - пространственная частота). Роль этих функций, например, могут играть функции, соответствующие бесконечно тонким линиям (в пространстве предметов их совокупность образует т.н. *миру*). Если система функций  $f(\omega, r)$  ортонормирована, то между образами контрастов в пространстве частот  $\hat{K}$  и  $\hat{K}'$  существует связь:

$$\hat{K}'(\omega) = F(\omega)\hat{K}(\omega). \quad (8)$$

Определенная равенством (8) величина  $F(\omega)$  есть *оптическая передаточная функция оптической системы (ОПФ)*. Эта величина комплексная, её модуль определяет функцию

передачи модуляции (ФПМ), а фаза – функцию передачи фазы (ФПФ). Значения ФПМ и ФПФ полностью характеризуют оптические свойства любой ОС (в том числе и возможные aberrации).

Метод ОПФ хорош ещё и тем, что зная ОПФ для одного  $i$ -го элемента оптической системы, можно просто найти её для всей ОС, а именно

$$F(\omega) = \prod_i F_i(\omega). \quad (9)$$

При определении ОПФ в качестве тест-объекта обычно используют косинусоидальную мишу, т. е. плоскость, освещённость  $E(x)$  которой зависит от координаты  $x$  по закону

$$E(x) = a_0 + a \cos(2\pi Nx), \quad (10)$$

где  $a_0$  и  $a$  - постоянные величины;  $N$  – целое число.

#### 6.4. Энергетический расчёт простейшей оптико-информационной системы

Рассмотрим энергетический расчёт простейшей ОИС, для которой выполнены следующие условия:

- нет объекта контроля (ОК),
- источник света (ИС) представляет собой серое тело, излучающее по закону Ламберта ( $L_e = const$ ),
- весь световой поток от источника света падает на фотоприёмник.

Предполагаем, что все характеристики источника света и фотоприемника нам известны.

В основе расчета лежит очевидное соображение, заключающееся в том, что сила тока фотоприёмника должна быть больше некоторой минимальной величины  $i_{\min}$  (порогового тока), т.е.  $i > i_{\min}$ .

Поток излучения, упавший на фотоприёмник, определяется формулой

$$\Phi'_e = E'_e A_\phi \eta, \quad (11)$$

где  $E'_e$  – освещённость фотокатода,  $A_\phi$  – площадь фотокатода, освещаемая излучением,  $\eta$  – к.п.д. модулятора или анализатора (если они присутствуют в ОИС). Известно, что  $E'_e = \pi L'_e \tau \sin^2 \sigma'$ , где  $\sigma'$  - половина апертурного угла в пространстве изображений, тогда

$$\Phi'_e = \pi L_e A_\phi \tau \eta \sin^2 \sigma',$$

или, переходя к пространству предметов,

$$\Phi_e = \pi L_e A_{\text{ист}} \eta \tau \sin^2 \sigma, \quad (12)$$

где  $A_{\text{ист}}$  – площадь источника света,  $\sigma$  – половина апертурного угла системы в пространстве предметов,  $\tau$  – полный коэффициент поглощения в системе.

Аналогичные соотношения для спектральных составляющих используемых величин на длине волны  $\lambda$  будут иметь вид

$$d\Phi_\lambda = \pi dL_\lambda A_{\text{ист}} \eta \tau_\lambda \sin^2 \sigma, \quad (13)$$

где  $\tau_\lambda$  - спектральный коэффициент поглощения в системе.

Напомним, что спектральная чувствительность фотоприёмника к данному монохроматическому излучению равна отношению силы тока  $di_\lambda$ , вызываемого монохроматическим потоком  $d\Phi_\lambda$ , к этому потоку

$$S_\lambda = di_\lambda / d\Phi_\lambda, \quad (14)$$

а относительная спектральная чувствительность определяется по формуле

$$K_\lambda = S_\lambda / S_0, \quad (15)$$

где  $S_0$  – максимальная спектральная чувствительность фотоприёмника.

Из формул (14) и (15) следует, что сила тока в цепи фотоприёмника при длине волны излучения  $\lambda$  будет равна

$$di_\lambda = S_\lambda \cdot d\Phi_\lambda = K_\lambda S_0 d\Phi_\lambda \quad (16)$$

Тогда полная сила тока для диапазона длин волн от 0 до  $\infty$  равна

$$i = \int_0^{\infty} di_{\lambda} \quad (17)$$

Учитывая соотношение (13) и определение энергетической яркости  $L_e = \frac{dI_e}{dS}$ , где  $I_e$  - энергетическая сила излучения, из формулы (7) получим равенство

$$i = A_{\text{ист}} \eta \sin^2 \sigma S_0 \int_0^{\infty} E_{\lambda} \tau_{\lambda} K_{\lambda} M_{e,\lambda}^0 d\lambda \quad (18)$$

Как уже указывалось, для данного фотоприёмника сила тока должна быть больше некоторой минимальной величины  $i_{\text{min}}$ :  $i > i_{\text{min}}$

Из формулы (18) при этих условиях можно найти апертурный угол  $\sigma$ , который определяет искомую светосилу прибора

$$\sin^2 \sigma \geq i_{\text{min}} \left[ A_{\text{ист}} \eta S_0 \int_0^{\infty} \tau_{\lambda} K_{\lambda} E_{\lambda} M_{e,\lambda}^0 d\lambda \right]^{-1} \quad (19)$$

В формуле (19)  $\tau_{\lambda}$  представляет собой произведение трёх коэффициентов:  $\tau_{\lambda,\text{ср}}$  - коэффициента пропускания среды;  $\tau_{\lambda,\text{сф}}$  - коэффициента пропускания светофильтра,  $\tau_{\lambda,\text{ос}}$  - коэффициента пропускания оптической системы.

Величины  $E_{\lambda}$ ,  $\tau_{\lambda}$ ,  $K_{\lambda}$  представляют собой известные характеристики источника света ( $E_{\lambda}$ ) и фотоприемника и определяются соответствующими кривыми зависимостей от длины волны  $\lambda$ ,  $M_{e,\lambda}^0$  есть спектральная плотность энергетической светимости абсолютно чёрного тела, задаваемая законом Планка. Таким образом, в интеграл, входящий в формулу (19), входят только известные величины, что позволяет *найти искомый апертурный угол  $\sigma$  оптической системы, обеспечивающий срабатывание фотоприемника.*

Зная апертурный угол  $\sigma$ , несложно определить также диаметр входного зрачка оптической системы ОИС:

$$D_{\text{вх}} \geq 2p \operatorname{tg} \sigma, \quad (20)$$

где  $p$  – расстояние от предмета до входного зрачка оптической системы.