4.5.1 Визначення довжини хвилі де Бройля електронів за допомогою електронограм

Детальний опис роботи подано в посібниках [5, (робота 6); 10, (робота 6.1)]. Існує комп'ютерний симулятор цієї роботи [7, робота 3.2].

Метою роботи є експериментальне визначення довжини хвилі де Бройля електронів з використанням заздалегідь виготовлених електронограм.

У роботі вивчається дифракція електронів на об'ємних дифракційних ґратах, яка виникає при проходженні пучка електронів крізь тонку плівку полікристалу (у роботі це Алюміній (Al)). Експеримент здійснено з допомогою електронного мікроскопу при різній прискорювальній напрузі U. Одержані в зазначеному експерименті зображення дифракційних картин (електронограми) дають змогу досягти мети роботи. При цьому вважаємо, що параметри об'ємних дифракційних ґратах, які утворюють кристалічні ґрати монокристалу, відомі.

Згідно з теорією Вульфа-Бреґґов для дифракції електронних хвиль на об'ємних дифракційних ґратах дифракційний максимум утворюється за виконання умови (формула Вульфа-Бреґґов):

$$2d_{hkl}\sin\theta = m\lambda\,, \qquad (5.1.1)$$

де d_{hkl} – відстані між площинами паралельних атомних шарів кристалічних ґрат з індексами Міллера h, k, l, θ - кут ковзання електронного променя; m - цілі числа (m = 1,2,3…); λ - довжина хвилі де Бройля.

В процесі проходження електронної хвилі крізь полікристалічну речовину, яка складається з багатьох малих кристалів, на її шляху зустрічаються різні атомні шари, для яких виконується умова Вульфа-Бреггов (5.1.1). Електронограми у цьому випадку записують у визначеному порядку дифракційного спектра m, зазвичай це m = 1. Дифраговані електронні хвилі створюють в площині фотопластинки, перпендикулярної до падаючого електронного променя, дифракційну картину у вигляді набору кілець. Кожне кільце електронограми відповідає дифракції електронів на кристалічних ґратах зі своєю міжплощинною відстанню d_{hkl}.

Кут ковзання θ пов'язаний з діаметром кільця D і відстанню L між об'єктом (плівкою металу) і фотопластинкою, може бути визначений рівністю $\mathrm{tg}2\theta = D/(4L)$. При малих кутах дифракції, що не перевершують 5-6°, ця рівність може бути замінена на наближене співвідношення

$$\theta = D/(4L). \qquad (5.1.2)$$

З формул (5.1.1) та (5.1.2) випливає *перша розрахункова формула* роботи для визначення експериментальної довжини хвилі де Бройля $\lambda^{\text{експ}}$ електронів:

$$\lambda^{\text{експ}} = \frac{d_{hkl}D}{2mL}\,. \qquad (5.1.2)$$

З іншого боку за формулою де Бройля маємо

$$\lambda = \frac{h}{p} = h \cdot \left[2m_0 eU \left(1 + \frac{eU}{2m_0 c^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} . \qquad (5.1.3)$$

де h - стала Планка; p - модуль імпульсу електрона; m_0 - маса спокою електрона; e - заряд електрона; U - прискорювальна напруга, після проходження якої електрон отримує імпульс $\boldsymbol{p}$. У експерименті, дані якого використані в роботі, прискорювальна напруга не перевищує 100 кВ. За цих умов релятивістський складник $\frac{eU}{2m_0 c^2}$ у формулі (5.1.3) є малим порівняно з одиницею, тому їм можна знехтувати. Тоді одержимо *другу розрахункову формулу* роботи для визначення теоретичної довжини хвилі де Бройля $\lambda^{\text{теор}}$ електронів :

$$\lambda^{\text{теор}} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eU}} . \qquad (5.1.4)$$

Опис процедури вимірювань детально поданий у посібниках [5, 10]. Результати вимірювань, якими є диаметри дифракційних кілець, слід занотувати у таблиці, голівка якої має такий вигляд.

$m = 1$, $L = \ldots$ см, $U = \ldots$ кВ				
№	d_{hkl}, 10^{-10} м	D, мм	$\lambda_i^{\text{експ}}$, 10^{-12} м	$\Delta\lambda_i^{\text{експ}}$, 10^{-12} м
1	2	3	4	5

Прискорювальну напругу U вказано на електронограмі, відстані d_{hkl} між площинами паралельних атомних шарів та відстані L між об'єктом (плівкою металу) і фотопластинкою надає викладач.

Алгоритм опрацювання результатів експерименту

Метод вимірювання у розглядуваній лабораторній роботі, що базується на розрахунковій формулі (5.1.2), є прикладом сукупних вимірювань, результат яких можна наближено опрацьовувати за алгоритмом прямих вимірювань.

1. Занотувати у першому рядку таблиці подані викладачем значення відстані L між об'єктом і фотопластинкою та прискорювальної напруги U, що її вказано на електронограмі.
2. Занотувати у стовпчик 2 таблиці подані викладачем відстані d_{hkl} між площинами паралельних атомних шарів. Розпочинаючи з найбільшої.
3. Виміряти та занотувати в стовпчик 3 таблиці діаметри дифракційних кілець.

☝ Зверніть увагу!

Найбільшій міжплощинній відстані відповідає дифракційне кільце з найменшим діаметром.

---

4. За формулою (5.1..2) вирахувати довжини хвилі де Бройля $\lambda_i^{\text{експ}}$ та внести їхні значення в стовпчик 4 таблиці.
5. Обчислити та занотувати до таблиці середнє значення довжини хвилі

$$<\lambda^{\text{експ}}>=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\lambda_i^{\text{експ}}, \qquad (5.1.5)$$

6. Вирахувати $\Delta\lambda_i^{\text{експ}}$ та занотувати їхні значення до стовпчику 5 таблиці:

$$\Delta\lambda_i^{\text{експ}} = |<\lambda^{\text{експ}}> - \lambda_i^{\text{експ}}|. \qquad (5.1.6)$$

7. Відшукати абсолютну похибки $\Delta\lambda$ (коефіцієнт Стьюдента $t_{0,7}(N)$ взяти з таблиці глави 2):

$$\Delta\lambda^{\text{експ}} = t_{0,7}(N)\sqrt{\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\left(\Delta\lambda_i^{\text{експ}}\right)^2}. \qquad (5.1.7)$$

8. Подати результат у стандартному вигляді

$$\lambda^{\text{експ}} = <\lambda^{\text{експ}}> \pm \Delta\lambda^{\text{експ}}. \qquad (5.1.8)$$

9. За формулою (5.1.4) вирахувати $\lambda^{\text{теор}}$. З'ясувати, чи потрапляє значення $\lambda^{\text{теор}}$ у довірчий інтервал $\Delta\lambda^{\text{експ}}$ величини $\lambda^{\text{експ}}$.