Опрацювання результатів лабораторної роботи
«М5 Перевірка основного закону динаміки обертального руху»

Детальний опис роботи подано в книгах Базакуца В.А. и др. «Методические указания к лабораторным работам по разделу “Механика” курса физики. – Харьков: ХПИ, 1989» (варіант 1) та сучасному лабораторному практикуму з фізики Мамалуй А.О., Лебедєва М.В., Сук О.П. та ін. «Загальна фізика. Лабораторний практикум. Том 1. - Харків: вид-во НТУ «ХПІ», 2011» (варіант 2).

Метою роботи є експериментальна перевірка основного закону динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі.

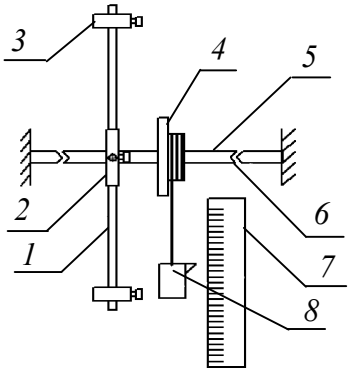

Рисунок 6

Експериментальну установку (маятник Обербека) зображено на рис. 6. Маятник Обербека складається з чотирьох однакових стержнів 1, які закріплені під прямим кутом один до одного в муфті 2. В свою чергу муфта розташована на горизонтальній осі 5, на якій також є ступінчастий шків 4, який складається з двох шкивів різних радіусів r_1 та r_2. Вісь закріплена в підшипниках 6 таким чином, що вся система може обертатися навколо цієї осі. На стрижнях знаходиться чотири однакових тягарці масою m_0 кожний. Їх можна переміщувати вздовж стрижнів і тим самим змінювати момент інерції маятника. Коли тягарці на стрижнях розташовані симетрично, то вони не створюють обертального моменту.

У досліді на один зі шківів маятника Обербека накручують нитку, до якої прикріплено тягарця 8 з масою m. Якщо цей тягарець звільнити, він почне рухатися вздовж шкали 7, водночас розпочнеться обертання маятника. Обертальний момент створюють дві сили: сила натягу нитки T – момент сили $M_н$, та сила тертя в осі маятника - момент сили $M_т$, який протидіє $M_н$. Результовний момент сил M, що й надаватиме маятникові кутове прискорення, дорівнює $M = M_н - M_т$.

У реальних лабораторних установках швидкість обертання маятника є невеликою. При цьому момент сил тертя також є невеликим і практично сталим. Тоді з достатньою точністю можна вважати, що $M = M_н$, а рух тягарця 8 є рівноприскореним.

У існуючих установках замість шкали 7 використовують мітку на стіні на висоті h = 1 м від підлоги. Маси m тягарців 8 вказано на їхніх поверхнях, радіуси r_1 та r_2 двох шківів 4 наведені на табличці поруч з установкою.

Можливо кілька способів експериментальної перевірки основного закону динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі з допомогою маятника Обербека. Найчастіше в лабораторній практиці використовують ситуацію, коли момент інерції I маятника Обербека залишається незмінним. Для цього *тягарці 3 встановлюють симетрично щодо осі маятника й не чіпають їх протягом досліду*. За таких умов існує два варіанти виконання роботи.

Варіант 1 [1, (робота 5)]

Використовуватимемо один тягарець 8 з незмінною масою m.

Мети роботи досягають через опосередковане вимірювання модуля моменту сил M, що діють на шків, та кутового прискорення ε точок поверхні шківа, яке дорівнює кутовому прискоренню тягарця 8. За цих умов *робочою формулою* роботи є співвідношення

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_1}{\varepsilon_2}, \qquad (1.4.1)$$

де індекси 1 та 2 відповідають значенням величин M та ε *за використання двох шківів з різними радіусами*. Після нескладних перетворень, що випливають із законів класичної механіки, рівність (1.4.1) трансформується в *розрахункову формулу*, яка є типовою для робіт з перевірки фізичних законів, а саме

$$A_1 = A_2, \qquad (1.4.2)$$

де

$$A_k = r_k^2 (g t_k^2 - 2h). \qquad (1.4.3)$$

У формулі (1.4.3) індекс k = 1, 2 позначає номер шківа, залежно від радіуса якого (r_1 або r_2) змінюється час руху тягарця (t_1 або t_2) від позначки h = 1 м на стіні до підлоги.

Рекомендована *таблиця вимірювань* має таку голівку.

n	r_1 = … м		r_2 = … м	
	t_1, с	Δt_{1i}, с	t_2, с	Δt_{2i}, с
1	2	3	4	5
	…	…	…	…

Число вимірювань N часу руху тягарця «на кожному шківі» має бути не меншим від 5, а з урахуванням доволі значних похибок у фіксуванні початкових і кінцевих положень тягарця, - істотно більшим.

Алгоритм опрацювання результатів експерименту

1. Використовуючи дані стовпчиків 2 та 4 таблиці вимірювань, розрахувати середні значення величин $\overline{t_1}$ і $\overline{t_2}$:

$$\overline{t_1} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{1i}\ , \qquad \overline{t_2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{2i} \qquad (1.4.4)$$

2. Обчислити та вписати у стовпчики 3 й 4 таблиці похибки *кожного* вимірювання (спостереження) часу руху тягарця:

$$\Delta t_{ki} = \left|\overline{t_k} - t_{ki}\right| \quad (k = 1,2) \qquad (1.4.5)$$

3. Розрахувати середньоквадратичну похибку вимірювання часу руху тягарця для кожного шківа:

$$\Delta t_k = t_\alpha(n)\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(\Delta t_{ki}\right)^2} \quad (k = 1,2) \qquad (1.4.6)$$

Значення коефіцієнта Стьюдента $t_\alpha(n)$ як функції обраної надійності α та кількості вимірювань n слід відшукати в таблиці 1 (за найтиповіших в лабораторії $\alpha = 0{,}7$ та $n = 5$ маємо $t_{0,7}(5) = 1{,}1$).

4. Підставити у співвідношення (1.4.3) величини $\overline{t_1}$ і $\overline{t_2}$, а також відомі значення висоти мітки на стіні h і радіусів шківів r_1 та r_2, та обчислити середні значення величин $\overline{A_1}$ і $\overline{A_2}$. Прискорення вільного падіння g слід вважати таким, що дорівнює $g = 9{,}81$ м/с^2.

5. Відшукати межі довірчих інтервалів ΔA_1 та ΔA_2 для величин A_1 і A_2 відповідно. Це слід робити за формулою:

$$\Delta A_k = \overline{A_k}\sqrt{\left(2\frac{\Delta r}{r_k}\right)^2 + \left(\frac{2gt_k}{gt_k^2 - 2h}\Delta t_k\right)^2 + \left(\frac{2}{gt_k^2 - 2h}\Delta h\right)^2} \quad (k = 1,2)\ , \qquad (1.4.7)$$

де для похибок, які ще не обчислені, можна рекомендувати такі оціночні значення:

$\Delta r \approx 2$ мм – похибка у вимірюванні радіусів шківів,

$\Delta h \approx 5$ см – похибка у виставленні тягарця на початковій висоти (похибка паралаксу).

Увага! При розрахунку за формулою (1.4.7) насамперед слід оцінити внесок у кінцевий результат кожного з чотирьох доданків, що стоять під коренем, та знехтувати тими з них, які істотно менші від інших.

На установках лабораторногому практикуму КЗЕФ НТУ «ХПІ» зазвичай основний внесок у похибку робить другий доданок. У цьому випадку формула (1.4.7) істотно спрощується та набуває такого вигляду:

$$\Delta A_k = 2gt_k\Delta t_k r_k^2 \quad (k = 1,2)\ ,$$

6. Записати результати вимірювань у стандартному вигляді

$$A_k = \overline{A_k} \pm \Delta A_k\ .$$

7. Послідовно виконати всі дії, зазначені в п. 2.6 глави 2 та вирахувати «ступінь неретельності» δ. Якщо δ = 100% (повний незбіг довірчих інтервалів для величин А1 і А2), дослід слід виконати знову.

<u>Варіант 2</u> [8, (робота М-5)]

Виконуватимемо всі досліди на одному шківу й використовуватимемо набір з кількох тягарців 8 з відомими масами.

Мети роботи знову досягають через опосередковане вимірювання модуля моменту сил M, що діють на шків, та кутових прискорень ε точок поверхні шківа, які дорівнює кутовим прискоренням тягарця 8. За цих умов *робочою формулою* роботи є співвідношення

$$M = I\varepsilon\ , \qquad (1.4.8)$$

де I - момент інерції маятника. Графік залежності $M(\varepsilon)$, згідно з формулою, (1.4.8) має бути відрізком прямої, кутовий коефіцієнт якої дорівнює моменту інерції маятника I.

В умовах даної лабораторної роботи для моменту сили M та кутового прискорення ε мають місце вирази:

$$M = mr\left(g - \frac{2h}{t^2}\right), \qquad (1.4.9)$$

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}\ . \qquad (1.4.9)$$

Оскільки сукупно вимірюваними величинами є маса m тягарця 8 та час t його руху від мітки на стіні до підлоги, то доцільно переписати співвідношення (1.4.8) у вигляді

$$y = \frac{I}{m}, \qquad (1.4.10)$$

де

$$y = \frac{r^2}{2h}\left(gt^2 - 2h\right). \qquad (1.4.11)$$

Формула (1.4.11) є *розрахунковою формулою* цього варіанту роботи.

Рекомендована *таблиця вимірювань* має таку голівку.

N	r = … м				
	m, г	$1/m$, кг$^{-1}$	t, с	$\overline{t}$, с	y, м^2
1	2	3	4	5	6
1	…	…	… … … … …	…	…

Число вимірювань n часу руху кожного тягарця має бути не меншим від 5, а з урахуванням доволі значних похибок у фіксуванні початкових і кінцевих положень тягарця, - бажано й істотно більшим. Число N тягарців з різними масами має бути також не меншим від 5.

Алгоритм опрацювання результатів експерименту

1. Вирахувати для кожної маси тягарця величини $1/m$ та занотувати їх у стовпчику 3.
2. Використовуючи дані стовпчика 4 таблиці вимірювань, розрахувати для кожного тягарця середні значення часу його руху $\overline{t}$:

$$\overline{t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i, \qquad (1.4.12)$$

   та згідно з формулою (1.4.11) відповідні значення y.
3. Побудувати графік функції $y(1/m)$, що має бути відрізком прямої та мати такий тангенс кута нахилу до осі $1/m$, який чисельно дорівнює середньому значенню моменту інерції маятника $\overline{I}$.
4. Використовуючи правила графічного методу опрацювання експериментальних даних сукупних вимірювань, на полі графіку $y(1/m)$ проведіть ще дві прямі та обчисліть похибку моменту інерції ΔI.
5. Подати результат вимірювань у стандартному вигляді

$$I = \overline{I} \pm \Delta I. \qquad (1.4.13)$$

Увага! Якщо розкид експериментальних точок на графіку є таким, що не дає змогу побудувати графік у вигляді відрізку прямої, дослід слід повторити.